

ΘΕΜΑ 1°

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$A = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 10} - x - 2}{x^2 - 4x + 3}, \quad B = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x - 3| + x^2 - 9}{|x + 2| - 5}$$

$$\Gamma = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x - 11}{2x^2 + 2x - 4} + \frac{x + 2}{x^2 - 1} \right), \quad \Delta = \lim_{x \rightarrow 0} \left(x^3 + 1 + x^3 \eta \mu \frac{3}{x} \right)$$

ΘΕΜΑ 2°

A) Αν $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow x_0} (f^2(x) + g^2(x)) = 0$, να δείξετε ότι: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

B) Αν $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $3x - x^2 \leq f(x) \leq x^2 + 3x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x^2 + x}$$

ΘΕΜΑ 3°

A) Να βρείτε τους $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\alpha x + \beta \sqrt{x} - 2}{x - 1} = -2$.

B) Αν $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = 1$ και $\lim_{x \rightarrow 2} (g(x)(2x^2 + 3x - 14)) = 11$, να βρείτε το: $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x)g(x))$

Γ) Αν $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x)) = 8$ και $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - g(x)) = 4$, να βρεθούν

τα όρια: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

ΘΕΜΑ 4°

A) Αν $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 9$ να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^4 f(x)} - \eta\mu^2 x}{x^2 + \eta\mu^2 x}$.

B) Να υπολογίσετε τα όρια $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{x^2 - x}$ και $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\epsilon\phi 5x}{\epsilon\phi 10x}$

Γ) Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $|f(x)\eta\mu x - 3x| \leq x^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Να υπολογίσετε τα όρια: $A = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ και $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x + \eta\mu 2x}{xf(x) + \eta\mu x}$

ΘΕΜΑ 5° (Ασχοληθείτε μόνο αν έχετε εξαντλήσει τις μονάδες από τα προηγούμενα)

A) Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - \lambda^2}{x^2 - 4x + 4}$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

B) Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\lambda^2 + \lambda - 2)x^2 + (\lambda - 1)x + 2}{(\lambda + 5)x + 7}$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Καλή επιτυχία.